

# Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Segundo selectivo

27 de Enero, 2024

## Instrucciones

- Tienes tres horas para resolver este examen.
- El examen está dividido en 2 secciones, la primera consiste en los problemas del 1 al 6, donde deberás escribir únicamente la respuesta que pide el problema. Para la segunda parte, compuesta de los problemas 7 y 8, deberás redactar tu procedimiento y solución.
- Usa las hojas asignadas para escribir tus respuestas.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).
- Los resultados se publicarán en la página de Facebook y, en caso de pasar a la siguiente etapa, se te notificará por correo a más tardar el 5 de febrero.

## Sección 1 : Respuesta corta

**Problema 1:** Si  $m$  y  $n$  son enteros positivos que satisfacen  $m^n + m^{n+1} + m^{n+2} = 39$ , entonces ¿cuánto vale  $n^m$ ? [2 pts]

**Problema 2:** En la figura 1 podemos ver un cuadrado con área 1. Sabemos que  $E$  y  $F$  son puntos medios de sus respectivos lados. Finalmente el punto  $G$  es tal que  $FG$  es dos veces mas grande que  $GC$ . ¿Cuanto vale el área sombreada? [2 pts]

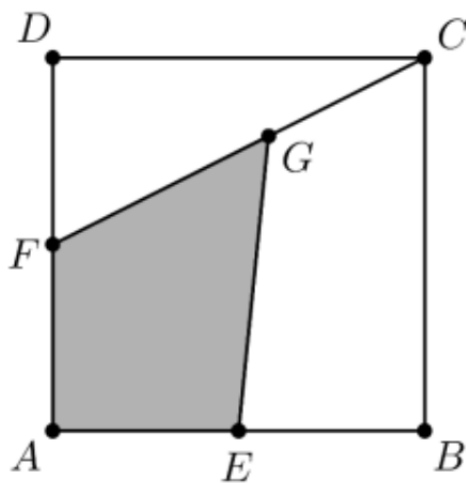


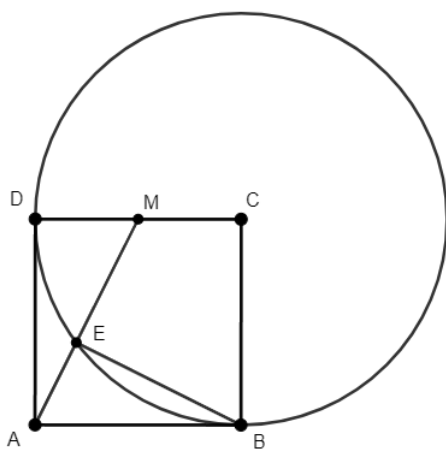
Figure 1: Cuadrado del problema 2.

**Problema 3:** Sean  $n$  barras de tamaños  $b_1, b_2, \dots, b_n$  tales que  $b_1 < b_2 < \dots < b_n$ . ¿De cuántas formas se pueden acomodar las barras en fila de forma que sus dos barras vecinas no sean menores a ella? [2 pts]

**Problema 4:** ¿Cuál es el número de 6 dígitos mas grande tal que es múltiplo de 3 y 4 pero sus cifras no son múltiplo de 3 o de 4? [2 pts]

**Problema 5:** ¿Cuántos enteros positivos  $n$  menores o iguales que 1000 cumplen que el número  $n^5 - 5n^3 + 4n$  es divisible entre 120? [2 pts]

**Problema 6:** En el cuadrado  $ABCD$ ,  $M$  es el punto medio del lado  $CD$ . La circunferencia con centro en el punto  $C$  y radio  $BC$  intersecta al segmento  $AM$  en el punto  $E$ . Encuentra la medida del ángulo  $\angle AEB$ . [2 pts]



## Sección 2 : Redacción

**Problema 7:** ¿De cuántas formas diferentes podemos acomodar 6 torres negras idénticas en un tablero de ajedrez sin que se ataquen? [5 pts]

**Problema 8:** Se efectúa el producto de todos los números impares que no son múltiplos de 5 y que están comprendidos entre el 1 y el 2024. ¿Cuál es la cifra de las unidades del resultado? [5 pts]