

Olimpiada Femenil de Matemáticas en Guanajuato

Segundo selectivo

27 de Enero, 2024

Instrucciones

- Tienes tres horas para resolver este examen.
- El examen está dividido en 2 secciones, la primera consiste en los problemas del 1 al 6, donde deberás escribir únicamente la respuesta que pide el problema. Para la segunda parte, compuesta de los problemas 7 y 8, deberás redactar tu procedimiento y solución.
- Usa las hojas asignadas para escribir tus respuestas.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tabletas; sólo puedes usar lápiz, pluma, sacapuntas, borrador y, si lo prefieres, juego de geometría (excepto transportador).
- Los resultados se publicarán en la página de Facebook y, en caso de pasar a la siguiente etapa, se te notificará por correo a más tardar el 5 de febrero.

Sección 1 : Respuesta corta

Problema 1: Si m y n son enteros positivos que satisfacen $m^n + m^{n+1} + m^{n+2} = 39$, entonces ¿cuánto vale n^m ? [2 pts]

Problema 2: En la figura 1 podemos ver un cuadrado con área 1. Sabemos que E y F son puntos medios de sus respectivos lados. Finalmente el punto G es tal que FG es dos veces mas grande que GC . ¿Cuanto vale el área sombreada? [2 pts]

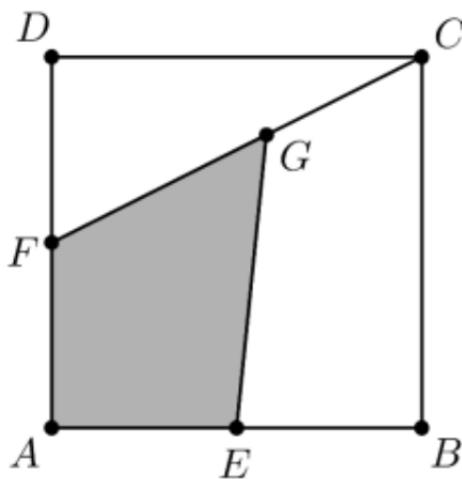


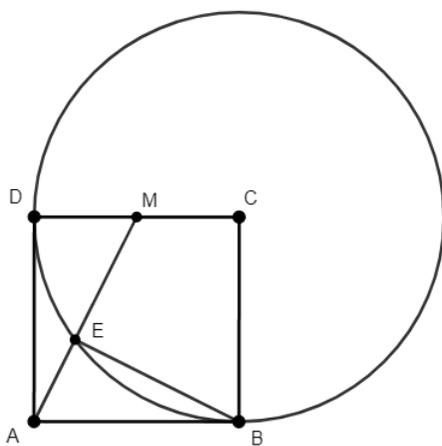
Figure 1: Cuadrado del problema 2.

Problema 3: Sean n barras de tamaños b_1, b_2, \dots, b_n tales que $b_1 < b_2 < \dots < b_n$. ¿De cuántas formas se pueden acomodar las barras en fila de forma que sus dos barras vecinas no sean menores a ella? [2 pts]

Problema 4: ¿Cuál es el número de 6 dígitos mas grande tal que es múltiplo de 3 y 4 pero sus cifras no son múltiplo de 3 o de 4? [2 pts]

Problema 5: ¿Cuántos enteros positivos n menores o iguales que 1000 cumplen que el número $n^5 - 5n^3 + 4n$ es divisible entre 120? [2 pts]

Problema 6: En el cuadrado $ABCD$, M es el punto medio del lado CD . La circunferencia con centro en el punto C y radio BC intersecta al segmento AM en el punto E . Encuentra la medida del ángulo $\angle AEB$. [2 pts]



Sección 2 : Redacción

Problema 7: ¿De cuántas formas diferentes podemos acomodar 6 torres negras idénticas en un tablero de ajedrez sin que se ataquen? [5 pts]

Problema 8: Se efectúa el producto de todos los números impares que no son múltiplos de 5 y que están comprendidos entre el 1 y el 2024. ¿Cuál es la cifra de las unidades del resultado? [5 pts]