

INSTRUCCIONES:

- Tienes 4 horas y media para resolver el examen. Lee las instrucciones con calma y asegúrate que las entiendes del todo. Puedes quedarte con esta hoja al terminar el examen.
- Los problemas están numerados del 1 al 5. Para cada problema escribe todo tu procedimiento de manera ordenada en las hojas blancas que se te proporcionarán al inicio del examen y escribe tu nombre de manera clara al inicio de cada una de las hojas que utilices.
- Para resolver los problemas puedes escribir todo lo que necesites pero no está permitido el uso de calculadoras, apuntes, celulares o tablas, sólo puedes usar lápiz o pluma, sacapuntas, borrador, y si tu prefieres, juego de geometría.
- Recuerda checar los resultados en la página onmapsguanajuato.wordpress.com durante la siguiente semana.

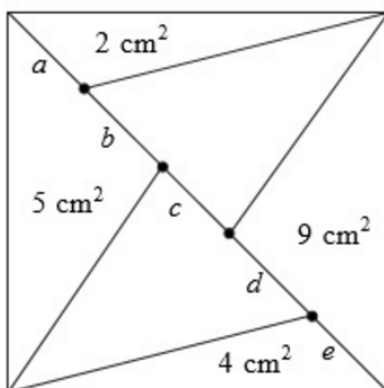
PROBLEMAS:

1. Se van a colorear todos los números enteros positivos de verde o azul siguiendo estas reglas. Cada número se colorea sólo de un color. Si dos números tienen el mismo color, su suma tiene ese mismo color (por ejemplo, si 13 y 61 fueran ambos verdes, entonces 74 también debe ser verde, pues $13 + 61 = 74$.) ¿De cuántas formas diferentes pueden quedar coloreados los números?
2. Mane elige un número n y escribe la lista de los números enteros desde 1 hasta n . En cada paso cambia la lista siguiendo la regla: copia el primer número al final y borra los dos primeros. Por ejemplo para $n = 6$ los cinco pasos son:

$$1, 2, 3, 4, 5, 6 \rightarrow 3, 4, 5, 6, 1 \rightarrow 5, 6, 1, 3 \rightarrow 1, 3, 5 \rightarrow 5, 1 \rightarrow 5.$$

Mane eligió un número n entre 1000 y 3000 y después de $n - 1$ pasos quedó escrito el número 1. Determina cuántos valores posibles hay para n .

3. A un cuadrado se le dibujó una diagonal, luego se eligieron cuatro puntos sobre ella que la dividen en 5 segmentos llamados a, b, c, d y e , como se muestra en la figura. Con estos puntos se forman algunos triángulos y dentro cuatro de ellos se ha escrito su área. ¿Cuál segmento tiene mayor longitud? (Nota: La figura no está a escala).



4. Entre los números enteros del 1 al 32 se elige un grupo de ellos. De tal manera que la suma de cualesquiera dos números en el grupo no es múltiplo de 3. Por ejemplo, el grupo formado por los números 2, 6 y 11 cumple lo anterior, pues $2 + 6 = 8$, $2 + 11 = 13$, $6 + 11 = 17$ y 8, 13 y 17 no son múltiplos de 3. ¿Cuál es la mayor cantidad de números que puede tener tal grupo?

5. Jacsan tiene un tablero blanco de 6 x 6 y desea colorear dos casillas de negro. Dos tableros coloreados son equivalentes si puedes llegar a uno de ellos girando el otro tablero. Por ejemplo, los siguientes cuatro tableros son equivalentes. ¿Cuántos tableros no equivalentes puede colorear Jacsan?

