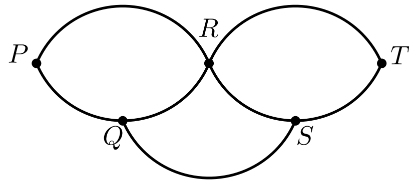
Examen Individual

NIVEL II

Instrucciones: El examen consta de dos partes. La parte A consta de 12 problemas con un valor de 5 puntos cada uno. En estos problemas solo se toma en cuenta la respuesta final, que debe ser claramente escrita en el espacio correspondiente a cada problema, no se darán puntos parciales y no hay penalizaciones por respuestas incorrectas. Para las preguntas con varias respuestas, se darán los 5 puntos solo si todas las respuestas correctas están escritas y solo ellas. La parte B consta de 3 problemas de redacción libre y con un valor de 20 puntos cada uno. En estos problemas es posible acumular puntos parciales. Las figuras mostradas, podrían no estar a escala. No está permitido el uso de calculadoras, transportadores y aparatos electrónicos. La duración del examen es de **2 horas.**

PARTE A

Problema 1. Cinco ciudades se comunican con un sistema de carreteras como se muestra en el dibujo. ¿Cuántos caminos diferentes puede seguir una persona que quiere ir de P a T, siempre con dirección a la derecha?



R:

Problema 2. En una dulcería hay una máquina expendedora de dulces que tiene dos botones y un recipiente; después de insertar una moneda puedes apretar un solo botón, el botón A deja caer 16 dulces en el recipiente y el botón B deja caer en el recipiente el 50% de los dulces que hay en el recipiente. Si el recipiente al inicio esta vacío, ¿cuál es la mayor cantidad de dulces que se pueden obtener con 5 monedas?

R:

Problema 3. Los vértices de un triángulo ABC están en una circunferencia de manera que las medidas de los arcos AB, BC y CA son, respectivamente, $x + 75°$, $2x + 50°$ y $4x - 10°$. Encuentra las medidas, en grados, de los ángulos internos del triángulo ABC.
Nota. El arco AB es el que no contiene al vértice C, análogamente BC y CA, no contienen a A y B, respectivamente.

R:

Problema 4. Benito compró comida para sus 4 gatos, con la idea de que le alcanzará para 12 días. En el camino se encontró otros dos gatos que los llevó a su casa. ¿Cuántos días le durará la comida ahora con los 6 gatos?

R:

Problema 5. Encuentra la suma de los dos números capicúas más cercanos a 2019. Recuerda que un número capicúa es aquel que sus dígitos (cifras) se leen de la misma manera de izquierda a derecha que de derecha a izquierda, por ejemplo 1221 y 212 son capicúas.

R:

Problema 6. Un padre y su hijo cumplen años el mismo día. En tres cumpleaños diferentes, la razón entre sus edades fueron $\frac{7}{3}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{2}{1}$. ¿Cuál es la diferencia de edades entre el padre y su hijo?

R:

Problema 7. Eugenio tiene 4 borregos y una báscula que solo le permite pesar borregos en parejas (esto es, de dos en dos). ¿Cuál es la mínima cantidad de veces que Eugenio debe usar la báscula para conocer el peso de cada uno de sus borregos?

R:

Problema 8. Cuatro amigos intercambian sus libros de olimpiada. Cada amigo tiene un libro para regalar a otro amigo, y recibirá un libro de un amigo diferente al que él regaló, (es decir, dos amigos no se intercambian libros). ¿De cuántas maneras se pueden intercambiar los libros?

R:

Problema 9. Sea K una circunferencia con diámetro AB y centro O. Sea C un punto de K tal que $\angle ABC = 60°$. Sea D un punto del arco CA (el de menor longitud) tal que $\angle AOD = 30°$. Si BC y DO se intersecan en P, encuentra la razón del área del triángulo ADO entre el área del triángulo BPO.

R:

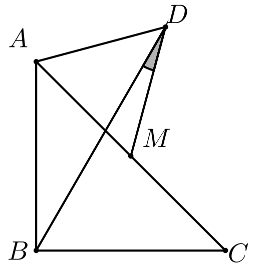
Problema 10. Considera todos los números que se obtienen de 74477447 al reordenar sus cifras, ¿cuántos de estos números son cuadrados perfectos?
Recuerda que un número es cuadrado perfecto si es el cuadrado de un entero, por ejemplo $36 = 6^2, 49 = 7^2$.

R:

Problema 11. En una fiesta donde se baila en parejas chica-chico, se sabe que el 60% de los chicos están bailando y el 80% de las chicas están bailando. ¿Cuánta gente está bailando si en la fiesta hay exactamente 35 personas?

R:

Problema 12. Sean ABC un triángulo con $AB = BC$, $\angle ABC = 90°$ y M el punto medio de AC. Se construye el triángulo equilátero ADM tal que D y B están en lados opuestos con respecto a AC. ¿Cuánto vale, en grados, el ángulo $\angle BDM$?

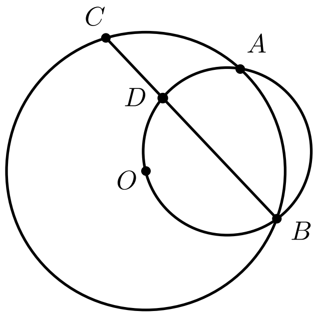


R:

PARTE B

Problema 13. En una bolsa hay 9 canicas, de las cuales al menos una de ellas es verde. Además cuando sacas cualesquiera 4 canicas hay al menos 2 que son del mismo color; y cuando sacas cualesquiera 5 de ellas hay a lo más 3 del mismo color. ¿Cuántas canicas verdes hay en la bolsa?

Problema 14. Sean C_1 una circunferencia con centro en O y C_2 una circunferencia que pase por O y corte a C_1 en A y B. Sea C un punto en C_1 (O y C del mismo lado respecto de la recta AB) y D la intersección de BC con C_2. Muestre que el triángulo ADC es isósceles.



Problema 15. Ana escoge 4 números de entre $1, 2, 3, 4, 5, 6$. Si Ana le dijera a Beto cuál es el producto de los 4 números que escogió, esta información no sería suficiente para que Beto pueda saber la paridad de la suma de los cuatro números escogidos por Ana. ¿Cuál es el producto de los cuatro números que eligió Ana?