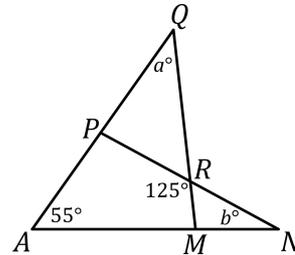


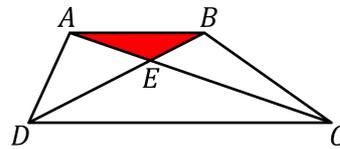
3.3. Nivel III.

Parte A

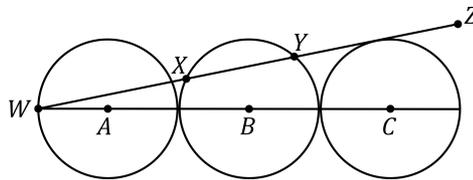
1. Sea N la suma de todos los múltiplos positivos de 8 que no exceden 8000. Halla el entero más cercano a \sqrt{N} .
2. Halla el valor en grados de $a + b$ en el siguiente diagrama:



3. Si $z^3 - 1 = 0$ y $z \neq 1$, encuentra el valor de $z + \frac{1}{z} + 4$.
4. La edad de Lalo actualmente es el doble de la edad que tenía Jorge cuando Lalo tenía la edad actual de Jorge. Cuando Jorge tenga la edad que tiene Lalo, la suma de sus edades será 63. Halla las edades actuales de Lalo y Jorge.
5. $ABCD$ es un trapecio con AB paralelo a CD . Si $AB = 6$, $CD = 15$ y el área de $\triangle ABC = 30$, ¿cuál es el área de $\triangle AEB$?



6. Uge tira 6 dados comunes ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 10?
7. Tres círculos de radio 20 cm. son tangentes y sus respectivos centros A , B y C son colineales, como lo indica la figura. Si la línea WZ es tangente al tercer círculo, encuentre la longitud (en cm) de XY .



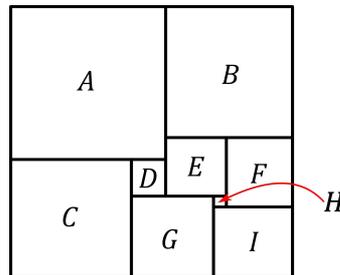
8. Sean m, n dos enteros positivos que satisfacen

$$\frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \dots + \frac{1}{13 \times 14 \times 15} + \frac{1}{14 \times 15 \times 16} = \frac{m}{n}.$$

Si m/n es una fracción simplificada, halla el valor de $m + n$.

9. Si $a + \frac{1}{a+1} = b + \frac{1}{b-1} - 2$ y $a - b + 2 \neq 0$, halla el valor de $ab - a + b$.
10. Sea $ABCDEF$ un hexágono tal que las diagonales AD , BE y CF se intersectan en el punto O , y el área de un triángulo formado por cualesquiera tres vértices consecutivos es 2 cm^2 (por ejemplo, 1 Área $(\triangle BCD) = 2 \text{ cm}^2$). Encuentre el valor en cm^2 del área del hexágono.

11. Hay cuatro pilas de piedras, una con 6 piedras, dos con 8, y una con 9. Cinco jugadores numerados 1, 2, 3, 4 y 5 toman turnos, en el orden de sus números, eligiendo una de las pilas y dividiéndola en dos pilas más pequeñas. El perdedor es el jugador que no pueda hacer esto. Di cuál es el número del jugador que pierde.
12. El siguiente rectángulo está formado por nueve piezas cuadradas de diferentes tamaños. Suponga que cada lado del cuadrado E mide 7 cm. Halla el área (en cm^2) del rectángulo. R:



Parte B

- Sea $v(X)$ la suma de los elementos de un conjunto de números X . Calcula la suma de todos los números $v(X)$ donde X es un subconjunto no vacío del conjunto $\{1, 2, 3, \dots, 16\}$.
- Un subconjunto B de $A = \{1, 2, 3, \dots, 2016\}$ se dice *exacto* si para cada $x \in B$ la suma de los elementos de $B - \{x\}$ tiene la misma cifra de las unidades que x .
 - Demuestra que no existe ningún subconjunto exacto de 405 elementos.
 - Halla un subconjunto exacto de 400 elementos.
- Si $\frac{a}{a^2 + 1} = \frac{1}{3}$, determina el valor de $\frac{a^3}{a^6 + a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1}$.