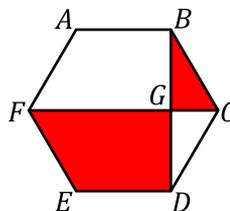


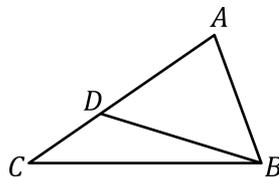
## 3.2. Nivel II.

## Parte A

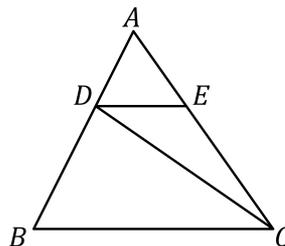
1. Los dígitos 2, 2, 3, y 5 se ordenan al azar para formar un número de cuatro dígitos. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma del primer y el último dígito sea par?
2. En el hexágono regular  $ABCDEF$ , dos de las diagonales,  $FC$  y  $BD$ , se intersectan en  $G$ . La razón entre el área del cuadrilátero  $FEDG$  y el área del  $\triangle BCG$  es:



3. Sesenta hombres trabajando en una construcción han hecho  $1/3$  del trabajo en 18 días. El proyecto está retrasado y debe ser completado en los siguientes doce días. ¿Cuántos trabajadores más se necesita contratar?
4. Si todas las palabras que se pueden formar al permutar las letras de la palabra SMART son ordenadas alfabéticamente, ¿qué lugar ocupa la palabra SMART?
5. En  $\triangle ABC$  tenemos que  $AB = AD$  y  $\angle ABC - \angle ACB = 45^\circ$ . Encuentra la medida en grados de  $\angle CBD$ .

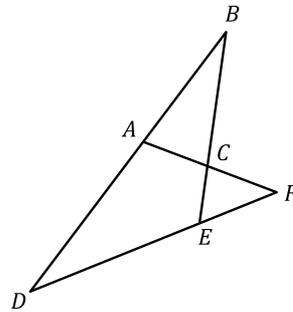


6. Juan calcula la suma de los primeros  $n$  enteros positivos y encuentra que la suma es 5053. Si ha contado un entero dos veces, ¿cuál es éste?
7. ¿Cuál es el mayor entero positivo  $n$  que satisface  $n^{200} < 5^{300}$ ?
8. En la siguiente figura, si  $DE \parallel BC$ , Área ( $\triangle ADE$ ) =  $1 \text{ cm}^2$  y Área ( $\triangle ADC$ ) =  $5 \text{ cm}^2$ , encuentre la medida en  $\text{cm}^2$  de Área ( $\triangle DBC$ ).



9. Si  $a$  y  $b$  son enteros positivos tales que  $a^2 + 2ab - 3b^2 - 41 = 0$ , encuentre el valor  $a^2 + b^2$ .
10. Encuentre el menor entero positivo  $n$  tal que  $2^8 + 2^{11} + 2^n$  es un cuadrado perfecto.

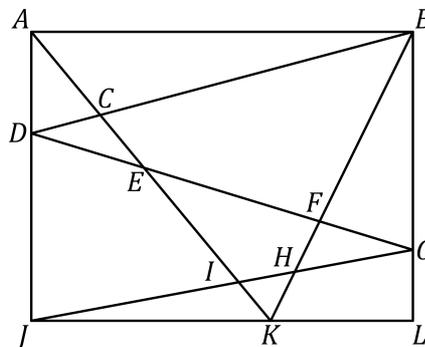
11. En la figura de abajo, se tiene que  $BA = BC$ ,  $AD = AF$ ,  $EB = ED$ . Halla la medida en grados de  $\angle BED$ .



12. Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales tales que  $\frac{ab}{a+b} = \frac{1}{3}$ ,  $\frac{bc}{b+c} = \frac{1}{4}$  y  $\frac{ca}{c+a} = \frac{1}{5}$ . Encuentre el valor de  $\frac{24abc}{ab+bc+ca}$ .

### Parte B

- Sean  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  enteros positivos que satisfacen  $5a = 4b = 3c = 2d = e$  y  $k = a + 2b + 3c + 4d + 5e$ . Encuentra el menor valor que puede tomar  $k$ .
- El diagrama de abajo muestra un rectángulo  $ABLJ$ , donde el área de  $ACD$ ,  $BCEF$ ,  $DEIJ$  y  $FGH$  son  $22 \text{ cm}^2$ ,  $500 \text{ cm}^2$ ,  $482 \text{ cm}^2$  y  $22 \text{ cm}^2$  respectivamente. Encuentre el área de  $HIK$  en  $\text{cm}^2$ .



- ¿Cuál es el mayor entero positivo  $n$  para el cual  $n^3 + 2006$  es divisible por  $n + 26$ ?