Principio Extremo
Sebastian Sánchez Lara
10/10/2020

El principio extremo consiste en tomar el valor extremo de un problema, ya sea el valor minimo de un numero, el tamano maximo de un conjunto, etc... De manera que al considerar este valor en el problema, obtengamos informacion importante.

Ejemplo 0.1. *Tenemos un plano cartesiano finito, donde cada posicion (x, y) con x y y enteros, cumple que el valor en el, es el promedio de los 4 lados adyacentes($(x, y-1)$,$(x-1, y)$,$(x, y+1)$,$(x+1, y)$). Demuestra que todas las casillas tienen el mismo valor.*

La demostracion del problema, consiste en tomar el valor minimo en el plano, llamemoslo z, y supongamos que esta en la posicion (x_0, y_0), este valor existe, pues el plano cartesiano es finito. Entonces, notemos que los valores en $(x_0+1, y_0), (x_0-1, y_0), (x_0, y_0+1), (x_0, y_0-1)$ son todos mayores o iguales a z, de hecho se puede ver que si todos son iguales a z, se cumple la condicion del promedio, pero si almenos uno de ellos es mayor a z ya no se cumplira la condicion. Por lo tanto, los 4 valores alrededor de z son iguales a z. A partir de aqui, podemos ver que cualquier punto del plano tendra el numero z, pues podemos hacer una cadena de puntos adyacentes que vayan de (X_0, y_0) a cualquier punto del plano, y todos los puntos por los que pases, tendran el valor z

1. *Tenemos un numero impar de vaqueros en un campo, de tal manera que la distancia entre cualesquiera dos de ellos sea diferente. En un momento exacto todos dispararan al vaquero que tengan mas cercano. Demuestra que al menos un vaquero sobrevivira si hay al menos 3 vaqueros.*

2. *Tenemos una matriz de nxm numeros reales. Una operación consiste en cambiar de signo a cada numero en una columna o una fila dada. Demuestra que siempre es posible despues de un numero finito de operaciones, que la suma de cada fila y cada columna sea no negativa.*

3. *Dado un conjunto de puntos en el plano, que cumplen la propiedad de que cualquier triangulo formado por 3 de estos puntos, tiene un area menor o igual a 1. Demuestra que existe un triangulo de area 4 que contiene todos los puntos.*

4. *Dado un numero finito de puntos en el plano, no todos colineales, prueba que existe una linea recta que pasa por exactamente dos de ellos.*

5. *En una fiesta, ningun chico baila con todas las chicas, pero todas las chicas bailan con al menos un chico. Demuestra que hay dos parejas b,g y b',g' que bailan entre ellas pero b no baila con g' y b' no baila con g.*

6. *¿Puede el numero obtenido por escribir todos los numeros del 1 al n para n natural, ser un palindromo?*