Talleres Final de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes

Álgebra. Taller 3

Factorización

De forma similar a lo que vimos en los productos notables, la factorización nos sirve para clasificar algunos tipos de operaciones algebraicas que son recurrentes en los concursos de matemáticas.

Cuando hablamos de *factorizar* estamos hablando de escribir una expresión como factores, es decir, como el producto de un conjunto de polinomios y/o monomios. Es por ello que podríamos considerar la factorización como inversa a los productos notables, pues al factorizar "reducimos" a multiplicaciones, y al emplear los productos notables "expandimos" al realizar dichas operaciones.

Nombre	Operación o ejemplo	Descripción
Factor común	$6x^3y^2+8x^4y^3-10x^5y^3=(2x^3y^2)(3)+(2x^3y^2)(4xy)+(2x^3y^2)(-5x^2y)=(2x^3y^2)(3+4xy-5x^2y).$	Se tiene que encontrar el monomio que es el máximo común divisor de los términos y factorizarlo aplicando la ley distributiva.
Factor común por agrupación de términos	$4x^2+20x+3xy+15y$: 1. Agrupar los términos similares, $(4x^2+20x)+(3xy+15y)$, 2. Factorizar por el máximo común divisor en cada agrupación, $4x(x+5)+3y(x+5)$, 3. Nuevamente factorizar el factor común del binomio, $(x+5)(4x+3y)$.	se realiza mediante la colocación de los términos en el polinomio en dos o más grupos, donde cada grupo se puede factorizar mediante un método conocido. Los resultados de estas factorizaciones parciales se pueden combinar a veces para dar una factorización de la expresión original
Trinomio cuadrado perfecto	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	Similar a su producto notable, se trata de reducir del trinomio al binomio. Se tiene que cumplir que los extremos sean cuadrados

Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	Cuando se tienen dos cuadrados restándose, se puede hacer la factorización con sus binomios conjugados.
Binomio al cubo	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	Una fórmula similar al binomio al cubo es un caso más del Binomio de Newton.
Suma y diferencia de cubos	**Adición de cubos:** $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ **Diferencia de cubos:** $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$	La suma y diferencia de cubos se puede factorizar con dicha expresión, además que se puede generalizar.
Suma y diferencia de potencias enésimas	**Suma de potencias enésimas:** **Si –sólo si–** *n* es impar, $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \cdots + b^{n-1})$ **Diferencia de potencias enésimas:** $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + b^{n-1})$	Es la generalización de la suma y diferencia de cubos.
Simon's Favorite Factoring Trick	$xy + xk + yj + jk = (x+j)(y+k)$ Ejemplo: $xy + x + y + 1 = (x+1)(y+1)$	Un caso especial de la factorización por agrupación de términos, es relevante pues pese a su simplicidad, no resulta tan intuitivo.

Como podemos darnos cuenta, los métodos de factorización son prácticamente los mismo que los de los productos notables, sin embargo, en ocasiones puede ser más difícil aplicarlos. Es por ello que se necesita de la práctica para dominarlos.

Fuentes de consulta (también para los problemas):

- http://ommags.com/new/wp-content/uploads/2017/06/10-Junio-ManipulaciónAlgebraica-Álgebra.pdf
- http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/entrenador/CursoEntrenadores2014.pdf
- http://www.ommags.com/material/algebra.pdf
- https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Simon%27s_Favorite_Factoring_Trick
- https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php/Factoring#Practice_Problems
- http://ommbc.org/sitio/Material/Algebra/A2_Sistemas.pdf
- Álgebra. R. Bulajich, José Antonio Gómez Ortega, Rogelio Valdez Delgado. 1a Ed. (2014)