Entrenamiento 21-22 de abril

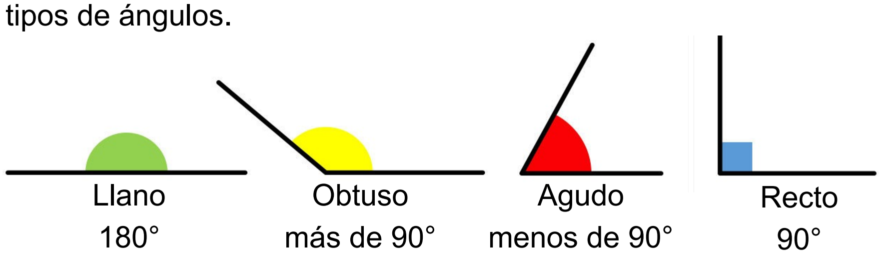
Notas elaboradas por Isis Mociño

Tema: Geometría
Contenido: Ángulos, triángulos y polígonos

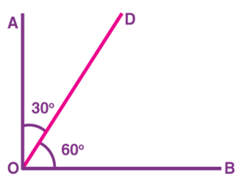
Ángulos

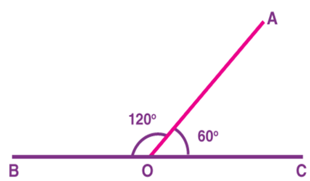
Un **ángulo** nos permite medir la apertura entre dos líneas. Las unidades de medida pueden ser **grados** o **radianes**. En esta sesión usaremos los grados.

Existen varios tipos de ángulos.



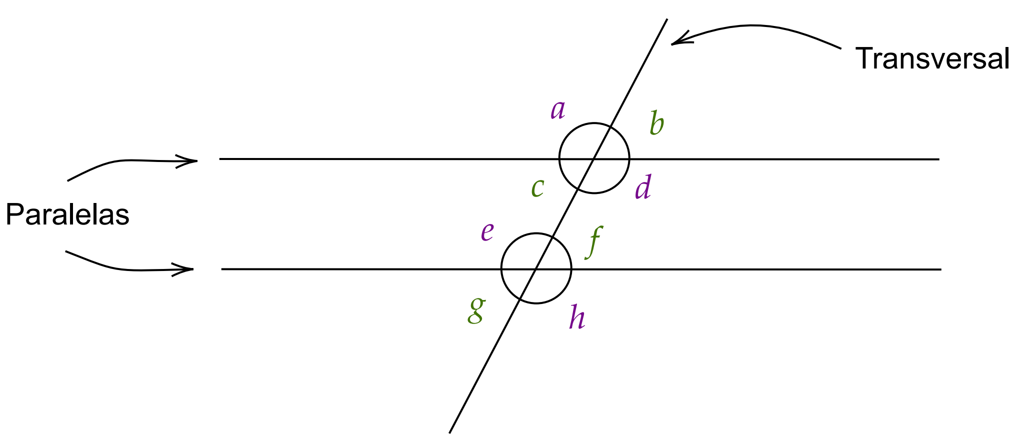
Además, dos ángulos son **complementarios** si su suma es 90° y **suplementarios** si su suma en 180°.





Ángulos entre paralelas

Dos líneas se consideran **paralelas** si al extenderlas nunca se tocan. Una línea es **transversal** a otra si la intersecta (choca) en algún punto. Dado esto, consideremos dos líneas paralelas y una transversal a ellas.



Podemos notar que se forman distintos ángulos. Los que están marcados con el mismo color resultan ser **iguales**; es decir, miden la misma cantidad de grados.

- Ángulos **opuestos por el vértice**: Dada la intersección de dos línea son los que solamente comparten el vértice.

  a y d están opuestos por el vértice

- Ángulos **correspondientes**: Son los que están del mismo lado de la transversal y se puede llegar de uno a otro tras mover una línea paralela a la otra.

  b y f son correspondientes

- Ángulos **alternos externos**: Se encuentran en lados opuestos respecto a la transversal y afuera de la franja formada por las dos paralelas.

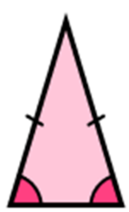
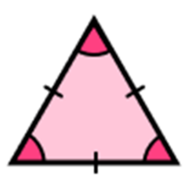
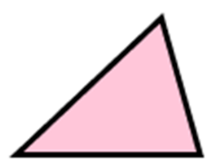
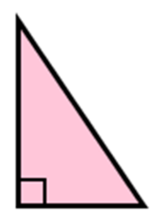
  b y g son alternos externos

- Ángulos **alternos internos**: Se encuentran en lados opuestos respecto a la transversal y dentro de la franja formada por las dos paralelas.

  e y d son alternos internos.

Triángulos

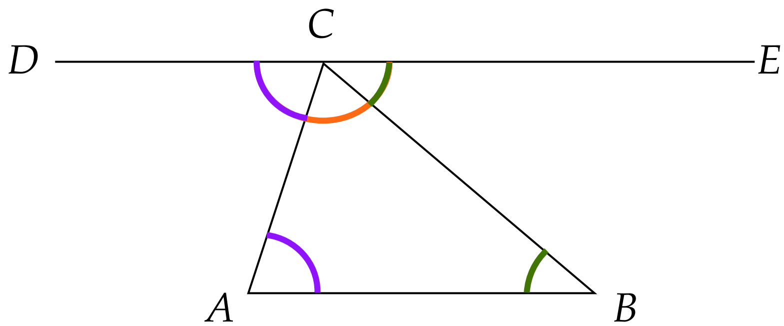
Un triángulos es una figura formada por 3 lados. De igual manera, existen varios tipos de triángulos con base en la medida de sus lados y/o ángulos.

Isósceles	**Equilatero**	**Escaleno**	**Rectángulo**
Dos de sus lados y ángulos son *iguales*.	Sus *tres* lados y ángulos son *iguales*.	*Todos* sus lados y ángulos son *distintos*.	Tiene un ángulo *recto*.
			

Propiedad: La suma de los ángulos de un triángulo es 180°.

¿Por qué?

Consideremos un triángulo arbitrario $\triangle ABC$. Tracemos una línea DE paralela a AB que pase por el punto C.



Se cumple que

$$\angle CAB = \angle DCA$$

ya que son alternos internos, de igual manera sucede que

$$\angle CBA = \angle ECB.$$

Recordemos que $\angle DCE$ mide 180° pues es llano. Como

$$180° = \angle DCE = \angle DCA + \angle ACB + \angle ECB = \angle CBA + \angle ACB + \angle CAB,$$

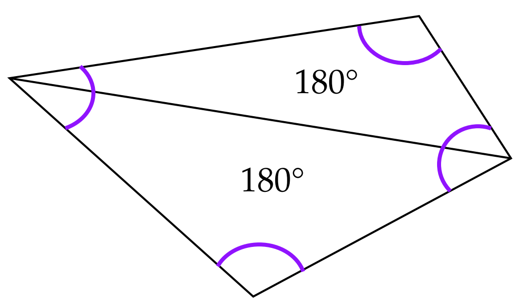
concluimos que la suma de sus ángulos es 180°.

Suma de ángulos de un polígono

Propiedad: La suma de los ángulos de un cuadrilátero (figura de 4 lados) es 360°.

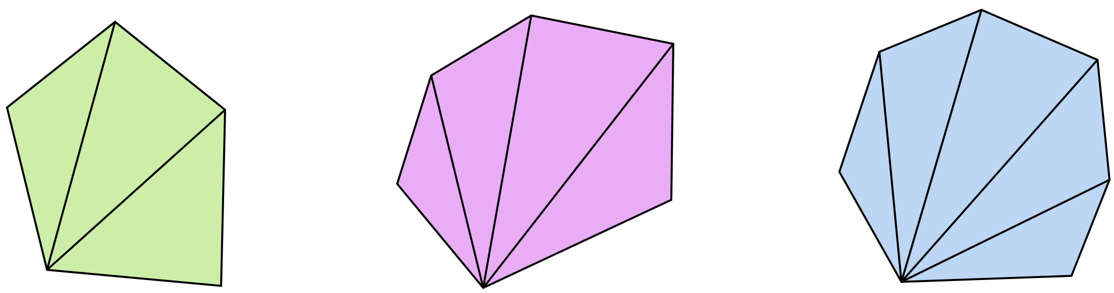
¿Por qué?

Notemos que todo cuadrilatero se puede dividir en dos triángulos. Como la suma de los ángulos de un triángulo es 180°, la suma de los ángulos de un cuadrilátero será 360° = 180° · 2.



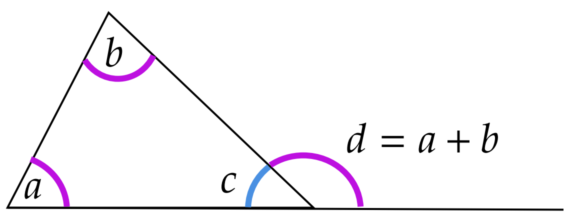
Super propiedad: Consideremos un polígono regular de n lados (n representa cualquier número entero como $1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \dots$). La suma de los ángulos del polígono está dada por $(n-2)\cdot 180°$.

¿Por qué?
Primero notemos que un polígono de n lados se puede dividir en $n-2$ triángulos fijando de un vértice y uniéndolo con el resto. Ya que cada que la suma de los ángulos de cada triángulo es 180°, la suma de los ángulos del polígono será la cantidad de triángulos ($n-2$) por 180°.



$(5-2)\cdot 180° = 540°$ $(6-2)\cdot 180° = 720$ $(7-2)\cdot 180° = 900°$

Teorema del ángulo exterior
El ángulo externo (suplementario) de cualquier ángulo de un triángulo es la suma de los internos opuestos.



¿Por qué?
Ya que $a,\ b$ y c son ángulos de un triángulo, se cumple que
$$a+b+c = 180°.$$
Como c y d son ángulos sumplementarios, se satisface que
$$c+d = 180°.$$
Así que $a+b+c = c+d$, lo cual implica que $a+b = d$.